電験３種 New これだけシリーズ
これだけ理論（改訂２版）
追補版

石橋 千尋　著

本冊子は,「電験３種 New これだけシリーズ　これだけ理論（改訂２版）〔20〕ラプラス変換で過渡現象を解いてみよう」の参考資料です.

一般に過渡現象の回路式は微分方程式で表されます．微分方程式を解く方法には色々ありますが，本文では次の理由によりラプラス変換を使った解法を紹介しています.

(1)　一般にラプラス変換は難しいと思われていますが，ラプラスの補助回路の描き方とわずかなラプラス変換公式を覚えていれば，直流回路と同様の解き方で電圧・電流を表す式を求めることができる.

(2)「機械」の科目で学習する自動制御は，ラプラス変換を基礎理論としているので，自動制御の学習に役立つ.

過渡現象は，初学者にとっては理解しづらい学習項目と言われています．そこで，第３種で出題される回路条件に限定した場合に，コンデンサやコイルがどのように振る舞うのかを定性的に解説する資料を作成してみました．本文の 149 ページの続きとしてお読みください.

これにより，読者の皆様が過渡現象に関する理解をより深めていただければ幸いです.

2020 年 5 月　著者記す

(4)　過渡現象のやさしい理解の仕方

過渡現象の問題を数学的に解く方法にはいろいろあるが，電験の「機械」で学習する「自動制御」はラプラス変換の理論がベースになっているので，上述のようにラプラス変換を使った解き方について解説してきた．

〔注〕自動制御で学習する伝達関数 $G(s)$ は，ラプラスの演算子 s の関数である．

一般的な回路について過渡現象の式を導き出すことは難しいが，第3種の理論に出題される過渡現象の問題は，次のような回路条件になっているものがほとんどである．

① 電源は直流電源である．

② 回路は抵抗（R）とコンデンサ（C），または抵抗（R）とコイル（L）で構成される．

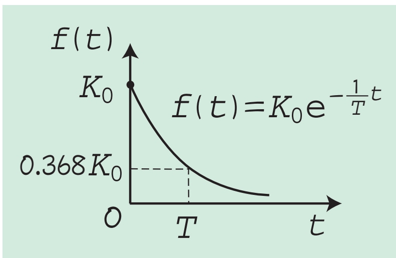
この条件の範囲内で起きる過渡現象は次のような性質がある．第3種の問題は，これらの性質を理解していれば，厳密な過渡現象の式を導くことができなくても解ける問題も多い．

(a)　電圧・電流の減少の仕方と増加の仕方

① 減少の仕方

電圧や電流の値が時間の経過とともに小さくなるときは，スイッチを閉じた瞬間（$t=0$）の値，すなわち初期値を K_0 とすると，時間 t の値は，

$$f(t)=K_0\mathrm{e}^{-\frac{1}{T}t}$$



追 -1 図

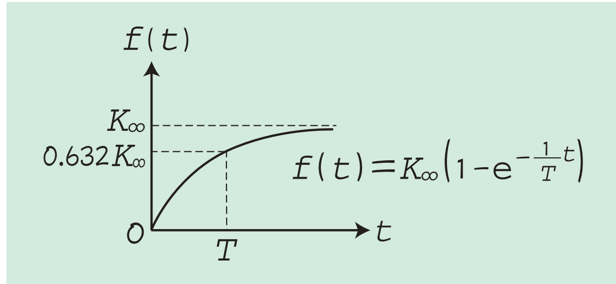
の形の式で表され，追 -1 図のように変化する．ここで，T は時定数である．

② 増加の仕方

電圧や電流が時間の経過とともに大きくなるときは，スイッチを閉じてから無限の時間が経過した $t=\infty$ の値，すなわち最終値（定常値）を K_∞ とすると，時間 t の値は，

$$f(t)=K_\infty\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{1}{T}t}\right)$$

で表され，追 -2 図のように変化する．ここで，T は時定数である．



追 -2 図

(b)　R，C 回路の性質

① スイッチを閉じる前と閉じた後で，コンデンサの端子間電圧は変わらない．

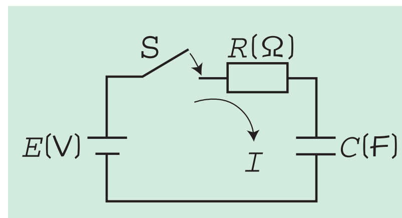
〔注〕静電容量が C，電荷が q のコンデンサの端子電圧は q/C となる．ここで，電流 $i=\Delta q/\Delta t$ であるから，無限大の電流が流れない限り電荷 q は瞬時に変化できないので，スイッチを閉じる前と閉じた後で，コンデンサの端子電圧は変化しない．

② 時定数 $T=CR$ となる．

③ $t=\infty$ ではコンデンサは絶縁状態になり，電流は流れない．

〔例 1〕　追 -3 図の充電回路

追 -3 図のように，R〔Ω〕の抵抗と C〔F〕のコンデンサを直列につないだ回路に，$t=0$ s でスイッチ S を閉じて直流電圧 E〔V〕を加える．



追 -3 図

ただし，スイッチを閉じる前は，コンデンサには電荷が蓄えられていないものとする．

① $t=0$ s の状態

スイッチを閉じる前のコンデンサの端子間電圧は 0 V であるから，$t=0$ s のコンデンサの端子間電圧も 0 V になる．

したがって，R〔Ω〕の抵抗に電圧 E〔V〕が加わり，

$$i_0=\frac{E}{R}〔\mathrm{A}〕$$

の電流が流れる．

② $t=\infty$〔s〕の状態

時間が十分経過すると，コンデンサは絶縁状態になり，回路電流 $i_\infty=0$ A になる．

③ 電流の式

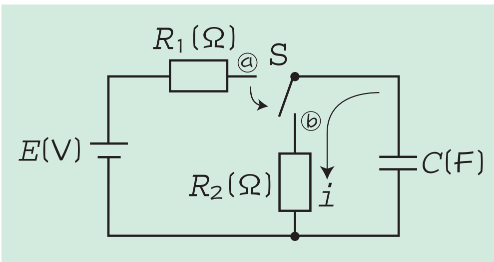
電流は初期値が $i_0=\dfrac{E}{R}$〔A〕で，定常値が $i_\infty=0$ A になるので，回路に流れる電流は，

$$i_0=\frac{E}{R}\mathrm{e}^{-\frac{1}{CR}t}〔\mathrm{A}〕$$

と表される．

〔例 **2**〕 追 **-4** 図の放電回路

追 -4 図のように，R_1〔Ω〕の抵抗と C〔F〕のコンデンサを直列につないだ回路に，スイッチ S をⓐ側にして直流電圧 E〔V〕を加える．次に，時間が十分経過した後に，$t=0$ s でスイッチ S をⓑ側にしたときに抵抗 R_2〔Ω〕に流れる電流を i とする．



追 **-4** 図

① $t=0$ s の状態

スイッチを閉じる前のコンデンサの端子間電圧は E〔V〕であるから，$t=0$ s でスイッチを閉じたときの端子間電圧も E〔V〕になる．

したがって，R_2〔Ω〕に E〔V〕が加わり，図の i の方向に，

$$i_0=\frac{E}{R_2}〔\mathrm{A}〕$$

の電流が流れる．

② $t=\infty$〔s〕の状態

時間が十分経過するとコンデンサは絶縁状態になり，回路電流は $i_\infty=0$ A になる．

③ 電流の式

電流は初期値が $i_0=\dfrac{E}{R_2}$〔A〕で，定常値が $i_\infty=0$ A になるので，

$$i=\frac{E}{R_2}\mathrm{e}^{-\frac{1}{CR_2}t}〔\mathrm{A}〕$$

と表される．

(c) R，L 回路の性質

① スイッチを閉じる前と閉じた後で，コイルを流れる電流の値は変わらない．

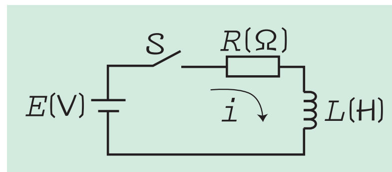
〔注〕コイルの端子間電圧は $L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$ で表され，無限大の電圧を加えない限り，電流 i は瞬時に変化しない．

② 時定数 $T=\dfrac{L}{R}$ となる．

③ $t=\infty$ ではコイルは短絡状態になり，端子間電圧は 0 になる．

〔例 **3**〕 電流の初期値がない場合

追 -5 図のように，R〔Ω〕の抵抗と L〔H〕のコイルを直列につないだ回路に，$t=0$ s でスイッチ S を閉じて直流電圧 E〔V〕を加える．ただし，電流の初期値は 0 A とする．



追 **-5** 図

① $t = 0$ s の状態

スイッチを閉じる前にコイルには電流が流れていないので，スイッチを閉じた瞬間もコイルに流れる電流は 0 A である．したがって，$t = 0$ のときの回路電流は i_0=0 A である．

② $t = \infty$〔s〕の状態

時間が十分経過すると，コイルは短絡状態になりコイルの端子間電圧は 0 V になる．したがって, R〔Ω〕に E〔V〕が加わることになり，回路電流は,

$$i_\infty = \frac{E}{R}\text{〔A〕}$$

になる．

③ 電流の式

電流は初期値が $i_0 = 0$ A，定常値が $i_\infty = \dfrac{E}{R}$〔A〕になるので,

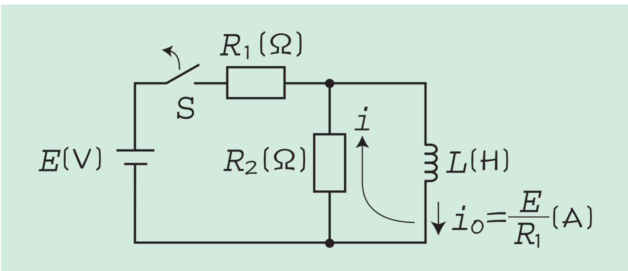
$$i_\infty = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)\text{〔A〕}$$

と表される．

〔例 **4**〕 電流の初期値がある場合

追 -6 図のように，抵抗とコイルを直列につないだ回路に，スイッチ S を閉じて直流電圧 E〔V〕を加える．

次に，時間が十分経過した後に，$t = 0$ s でスイッチ S を開いたときに抵抗 R_2〔Ω〕に流れる電流を i とする．



追 **-6** 図

① $t = 0$ s の状態

スイッチを開く前は, コイルには, $\dfrac{E}{R_1}$〔A〕の電流が流れているので, $t = 0$ s の電流値も $i_0 = \dfrac{E}{R_1}$〔A〕となる．

② $t = \infty$ の状態

時間が十分経過すると，コイルは短絡状態になりコイルの端子間電圧は 0 V になる．したがって，抵抗 R_2〔Ω〕に加わる電圧も 0 V になるので，回路電流は 0 A になる．

③ 電流の式

電流は初期値が $i_0 = \dfrac{E}{R_1}$〔A〕で，定常値が $i_\infty = 0$ A になるので,

$$i = \frac{E}{R_1}e^{-\frac{R_2}{L}t}\text{〔A〕}$$

と表される．