

平成 29 年度 (2017 年) 理論の問題

●試験時間 90 分
●必要解答数 A 問題 14 題, B 問題 3 題 (選択問題含む)

A 問題

配点は 1 問題当たり 5 点

問1

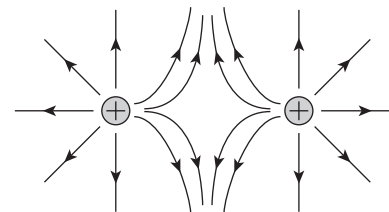
電界の状態を仮想的な線で表したものを電気力線という。この電気力線に関する記述として、誤っているものを次の(1)~(5)のうちから一つ選べ。

- (1) 同じ向き of 電気力線同士は反発し合う。
- (2) 電気力線は負の電荷から出て、正の電荷へ入る。
- (3) 電気力線は途中で分岐したり、他の電気力線と交差したりしない。
- (4) 任意の点における電気力線の密度は、その点の電界の強さを表す。
- (5) 任意の点における電界の向きは、電気力線の接線の向きと一致する。

解1

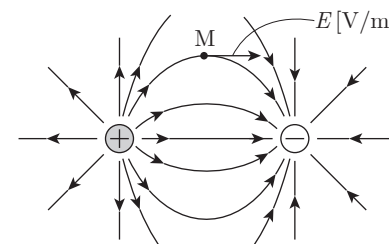
電気力線に関する五つの選択肢を検証する。

- (1) 同じ向き of 電気力線どうしは、(a)図に示すように反発しあう。よって、正しい。



(a)

- (2) 電気力線は、(b)図に示すように正の電荷から出て、負の電荷へ入る。よって、選択肢の記述「負の電荷から出て正の電荷へ入る」は誤りである。



(b)

- (3) 電気力線は途中で分岐しない。また、他の電気力線と交差しない。よって、正しい。
- (4) 任意の点における電気力線の密度は、その点の電界の強さを表す。よって、正しい。
- (5) 任意の点における電界の向きは、電気力線の接線の向きと一致する。

たとえば(b)図の M 点において、電気力線の接線を引くと、その向きは電界 E の向きと一致する。

よって、正しい。

ゆえに求める選択肢は(2)となる。

【ここがポイント】 電気力線は、(a)図および(b)図に示すように、電界の状態をわかりやすく図示する方法として考案されたものである。

電気力線の性質を次表に示す。

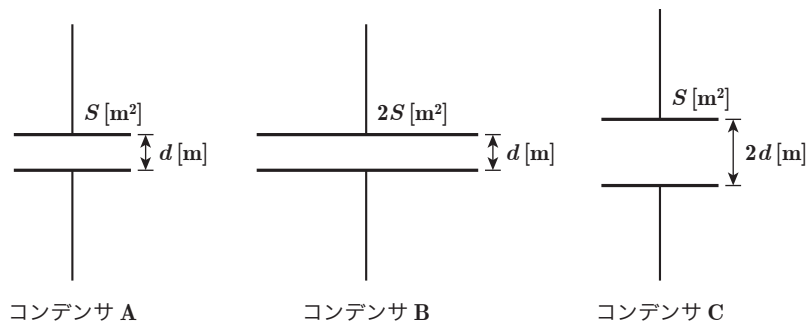
項目	性質
電気力線	①電気力線は、正の電荷から出て負の電荷で終わる(孤立点電荷から放射状に発散し、孤立負電荷へ放射状に収束)
	②電気力線は、 $+Q$ [C] の電荷から Q/ϵ 本発散し、 $-Q$ [C] の電荷へ Q/ϵ 本収束する。ただし、 ϵ は誘導率を表す。
	③電気力線は互いに交差しない
	④電気力線自身は収縮力、相互間では互いに反発力が働く
	⑤電気力線の接線方向は電界の方向に等しい
	⑥導体に電気が流れていないとき、電気力線は導体表面に垂直に出入りし、導体内部には存在しない(導体表面は等電位面)
	⑦電気力線の密度は電界の強さを表す ($1 \text{ 本}/\text{m}^2 = 1 \text{ V}/\text{m}$)
内部電界	導体内の電界は0

答 (2)

問2

極板の面積 S [m²], 極板間の距離 d [m] の平行板コンデンサ A, 極板の面積 $2S$ [m²], 極板間の距離 d [m] の平行板コンデンサ B 及び極板の面積 S [m²], 極板間の距離 $2d$ [m] の平行板コンデンサ C がある. 各コンデンサは, 極板間の電界の強さが同じ値となるようにそれぞれ直流電源で充電されている. 各コンデンサをそれぞれの直流電源から切り離れた後, 全コンデンサを同じ極性で並列に接続し, 十分時間が経ったとき, 各コンデンサに蓄えられる静電エネルギーの総和の値 [J] は, 並列に接続する前の総和の値 [J] の何倍になるか. その倍率として, 最も近いものを次の(1)~(5)のうちから一つ選べ.

ただし, 各コンデンサの極板間の誘電率は同一であり, 端効果は無視できるものとする.



- (1) 0.77 (2) 0.91 (3) 1.00 (4) 1.09 (5) 1.31

解2

コンデンサ極板間の電界は平等電界で, 電圧 V , 極板間隔 d , 電界の強さ E とすると,

$$E = \frac{V}{d}$$

で与えられる. したがって, 各コンデンサの電界の強さ E を等しくするコンデンサ A, B, C の印加電圧 V_A, V_B, V_C はそれぞれ, 次のようになる.

$$V_A = V$$

$$V_B = V$$

$$V_C = 2V$$

(1) コンデンサ A, B, C それぞれに蓄えられる静電エネルギーの総和 W

A, B, C の静電容量 C_A, C_B, C_C は, 極板間の誘電率を ϵ_0 とすると,

$$C_A = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$C_B = \frac{\epsilon_0 2S}{d} = 2C_A$$

$$C_C = \frac{\epsilon_0 S}{2d} = \frac{C_A}{2}$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} C_A V_A^2 + \frac{1}{2} C_B V_B^2 + \frac{1}{2} C_C V_C^2 \\ &= \frac{1}{2} \left\{ C_A V^2 + 2C_A V^2 + \frac{C_A}{2} (2V)^2 \right\} \\ &= \frac{1}{2} C_A V^2 \left(1 + 2 + \frac{2^2}{2} \right) \\ &= \frac{5}{2} C_A V^2 \text{ [J]} \end{aligned}$$

(a)

(2) コンデンサ A, B, C を並列接続したあと

の全静電エネルギー W'

並列接続前に各コンデンサに蓄えられていた電荷をそれぞれ Q_A, Q_B, Q_C とすると,

$$Q_A = C_A V_A = C_A V$$

$$Q_B = C_B V_B = 2C_A V$$

$$Q_C = C_C V_C = \frac{C_A}{2} 2V = C_A V$$

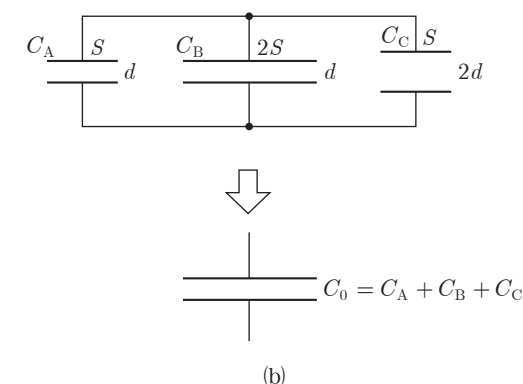
$$Q_A + Q_B + Q_C = 4C_A V$$

三つのコンデンサの並列合成静電容量 C_0 は,

$$\begin{aligned} C_0 &= C_A + C_B + C_C = C_A + 2C_A + \frac{C_A}{2} \\ &= \frac{7}{2} C_A \end{aligned}$$

並列接続後の静電エネルギー W' は,

$$\begin{aligned} W' &= \frac{1}{2} \frac{(Q_A + Q_B + Q_C)^2}{C_0} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(4C_A V)^2}{\frac{7}{2} C_A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{16 \times 2}{7} C_A V^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{7} C_A V^2 \text{ [J]} \end{aligned}$$



(3) 並列接続後の静電エネルギーに対する並列接続前の静電エネルギーの倍率 W'/W

$$\begin{aligned} \frac{W'}{W} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{32}{7} C_A V^2}{\frac{5}{2} C_A V^2} = \frac{32}{7} \times \frac{1}{5} \approx 0.914 \\ &\approx 0.91 \text{ (答)} \end{aligned}$$

答 (2)

問3

環状鉄心に、コイル1及びコイル2が巻かれている。二つのコイルを図1のように接続したとき、端子A-B間の合成インダクタンスの値は1.2 Hであった。次に、図2のように接続したとき、端子C-D間の合成インダクタンスの値は2.0 Hであった。このことから、コイル1の自己インダクタンス L の値 [H]、コイル1及びコイル2の相互インダクタンス M の値 [H] の組合せとして、正しいものを次の(1)~(5)のうちから一つ選べ。

ただし、コイル1及びコイル2の自己インダクタンスはともに L [H]、その巻数を N とし、また、鉄心は等断面、等質であるとする。

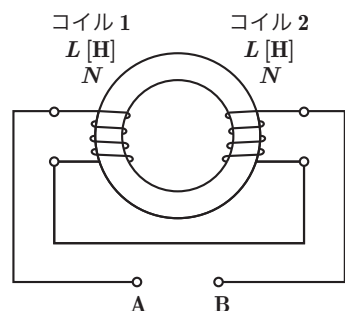


図1

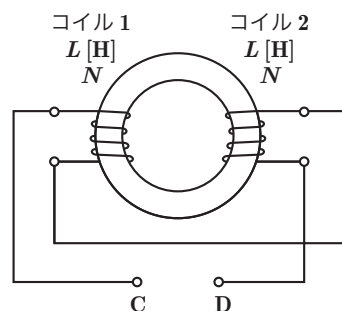
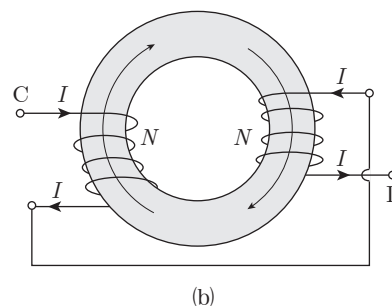
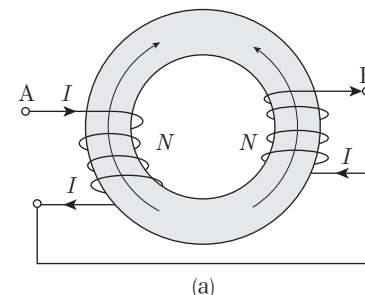


図2

	自己インダクタンス L	相互インダクタンス M
(1)	0.4	0.2
(2)	0.8	0.2
(3)	0.8	0.4
(4)	1.6	0.2
(5)	1.6	0.4

解3

問題図1, 2の磁気回路において、端子A→端子Bおよび端子C→端子Dに電流 I を流したとき、コイル1およびコイル2により鉄心中に生じる磁束 ϕ_1 および ϕ_2 の向きを求めると次図のようになる。



これより、図1は差動接続、図2は和動接続であることがわかる。合成インダクタンス L_{AB} および L_{CD} はそれぞれ次式となる。

$$L_{AB} = L + L - 2M = 2L - 2M = 1.2 \text{ H} \quad \text{①}$$

$$L_{CD} = L + L + 2M = 2L + 2M = 2.0 \text{ H} \quad \text{②}$$

①式 + ②式より

$$4L = 3.2 \text{ H}$$

$$L = 0.8 \text{ H (答)}$$

②式 - ①式より

$$4M = 0.8 \text{ H}$$

$$M = 0.2 \text{ H (答)}$$

〔ここがポイント〕

1. 自己インダクタンス L_1, L_2 、相互インダクタンス M と合成インダクタンス L_0 の関係
二つのコイル1および2を直列に接続して電流を流したとき、鉄心中に発生する磁束 ϕ_1 と ϕ_2 が、①互いに加わりあう (ϕ_1 と ϕ_2 の向きが同じ) 場合の接続を和動接続、②互いに打ち消しあう (ϕ_1 と ϕ_2 の向きが逆) 場合の接続を差動接続という。

コイル1, コイル2の合成インダクタンス L_0 は、
 $L_0 = L_1 + L_2 \pm 2M$ [H]

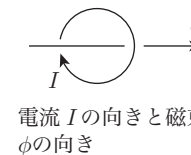
で求めることができる。 L_0 における相互インダクタンス $2M$ の符号は、和動接続では正符号、差動接続では負符号となる。

2. 加極性と減極性

和動接続の ϕ_1 と ϕ_2 が加わりあうことを加極性という。一方、差動接続の ϕ_1 と ϕ_2 が打ち消しあうことを減極性と呼んでいる。

3. 鉄心中の磁束の向きの求め方

コイルに電流 I が流れると、鉄心中に磁束が生じる。磁束の向きは、次図のアンペア右ねじの法則が基本となる。



多層巻コイルに流れる電流により発生するコイル中心部の磁界の向きは、アンペア右手親指の法則から簡単に求めることができる。



答 (2)