数学〔1〕 分数と合成抵抗計算

やさしい問題

次の分数式を計算しなさい．

(1) $\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}$　(2) $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}$　(3) $\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}$

(4) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}$　(5) $\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{4}$　(6) $\dfrac{3}{5}\times 3$

(7) $\dfrac{2}{3}\div\dfrac{1}{4}$　(8) $\dfrac{5}{12}\div 5$

要点

(1)　分数の意味

$\dfrac{1}{4}$ という分数を例にとると，

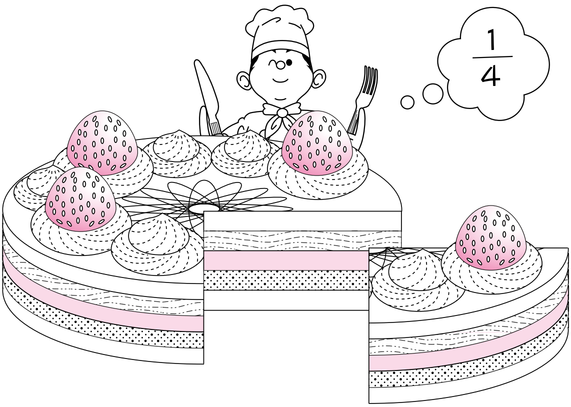
①　一つの物を四つの等しい大きさに分けたときの一つ分の大きさ

②　$1\div 4=0.25$ という数

を意味する．

(2)　分数の性質

分数を変形するには，次の性質を用いる．



① 分母・分子に同じ数を掛けてもその分数は変わらない．

（例） $\frac{1}{5}=\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}$,　　$\frac{1}{5}=\frac{1\times3}{5\times3}=\frac{3}{15}$

② 分母・分子を同じ数で割ってもその分数は変わらない．この性質を使って分数を簡単化することを「約分（やくぶん）」という．

（例） $\frac{6}{15}=\frac{6\div3}{15\div3}=\frac{2}{5}$,　　$\frac{3}{18}=\frac{3\div3}{18\div3}=\frac{1}{6}$

(3) 分数の計算法則

① 分数の足し算と引き算

分母が同じ数の分数は，分母は共通の数とし，分子の足し算（引き算）を行う．

（例） $\frac{2}{15}+\frac{5}{15}=\frac{2+5}{15}=\frac{7}{15}$

$\frac{6}{7}-\frac{3}{7}=\frac{6-3}{7}=\frac{3}{7}$

分母が異なる分数については，「分母・分子に同じ数を掛けてもその分数は変わらない．」性質を使って，分母が共通の分数に変形してから，足し算（引き算）を行う．分母が同じ数の分数に変形することを「通分（つうぶん）」という．

（例） $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{1\times5}{3\times5}+\frac{1\times3}{5\times3}=\frac{5}{15}+\frac{3}{15}=\frac{5+3}{15}=\frac{8}{15}$

$\frac{1}{3}-\frac{1}{7}=\frac{1\times7}{3\times7}-\frac{1\times3}{7\times3}=\frac{7}{21}-\frac{3}{21}=\frac{7-3}{21}=\frac{4}{21}$

② 分数の掛け算と割り算

掛け算は，分母は分母同士の掛け算，分子は分子同士の掛け算とする．

（例） $\frac{3}{4}\times\frac{3}{7}=\frac{3\times3}{4\times7}=\frac{9}{28}$

割り算は，割る数の分母と分子を逆にして，掛け算に直してから計算する．

（例）　$\dfrac{3}{4}\div\dfrac{2}{5}=\dfrac{3}{4}\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{3\times5}{4\times2}=\dfrac{15}{8}$

$\dfrac{2}{7}\div5=\dfrac{2}{7}\div\dfrac{5}{1}=\dfrac{2}{7}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{2\times1}{7\times5}=\dfrac{2}{35}$

詳しい解説

(1)　$\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}=\dfrac{1+2}{5}=\dfrac{3}{5}$

(2)　$\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{1\times5}{3\times5}+\dfrac{1\times3}{5\times3}=\dfrac{5}{15}+\dfrac{3}{15}=\dfrac{5+3}{15}=\dfrac{8}{15}$

(3)　$\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{3-1}{5}=\dfrac{2}{5}$

(4)　$\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1\times3}{2\times3}-\dfrac{1\times2}{3\times2}=\dfrac{3}{6}-\dfrac{2}{6}=\dfrac{3-2}{6}=\dfrac{1}{6}$

(5)　$\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{2\times1}{3\times4}=\dfrac{2}{12}=\dfrac{2\div2}{12\div2}=\dfrac{1}{6}$　（約分できるものは約分して簡単化する.）

(6)　$\dfrac{3}{5}\times3=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{1}=\dfrac{3\times3}{5\times1}=\dfrac{9}{5}$

(7)　$\dfrac{2}{3}\div\dfrac{1}{4}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{4}{1}=\dfrac{2\times4}{3\times1}=\dfrac{8}{3}$

(8)　$\dfrac{5}{12}\div5=\dfrac{5}{12}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{5}{60}=\dfrac{5\div5}{60\div5}=\dfrac{1}{12}$

バイパス解説

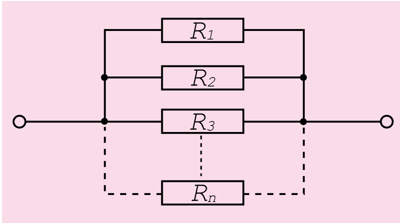
分数の分母・分子の一方または両方が，さらに分数の形をとる分数を「繁分数（はんぶんすう）」という.

分子や分母に分数の計算式が入っている場合は，それらの計算を先にすませる.

（例）　$\dfrac{1+\dfrac{1}{4}}{1+\dfrac{1}{2}}=\dfrac{\dfrac{4}{4}+\dfrac{1}{4}}{\dfrac{2}{2}+\dfrac{1}{2}}=\dfrac{\dfrac{5}{4}}{\dfrac{3}{2}}=\dfrac{5}{4}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{10}{12}=\dfrac{5}{6}$

分数計算の知識はいろいろなところで必要になるが，合成抵抗を求める計算に応用してみよう．

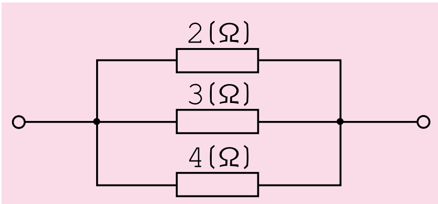
第 1 図のような，R_1, R_2, R_3, $\cdots$, R_n の抵抗が並列に接続された回路の合成抵抗は(1)式で表される．



第 1 図

$$R=\frac{1}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\cdots+\dfrac{1}{R_n}} \tag{1}$$

では，**第 2 図**の回路の合成抵抗を求めてみよう．



第 2 図

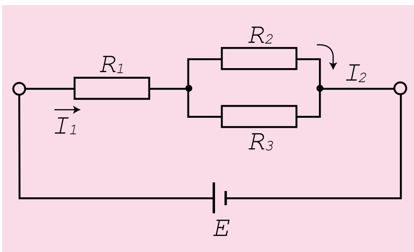
(1)式に数値を代入すると，

$$R=\frac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}}=\frac{1}{\dfrac{6}{12}+\dfrac{4}{12}+\dfrac{3}{12}}$$

$$=\frac{1}{\dfrac{6+4+3}{12}}=\frac{1}{\dfrac{13}{12}}=\frac{1}{1}\times\frac{12}{13}=\frac{12}{13}〔\Omega〕 \tag{2}$$

また，第 3 種の問題では，**第 3 図**のような抵抗の直並列回路に関する問題が出題されることがある．

この回路の合成抵抗は，



第 3 図